

بررسی حرکت سیالات غیرنیوتنی Herschel-Bulkley در محیط های متخلخل

عماد طهمورث^۱، مدیریت برنامه ریزی تلفیقی شرکت ملی نفت ایران

چکیده:

بسیاری از سیالات مورد استفاده در صنایع نفت، سیالات غیرنیوتنی می باشند. استفاده از این سیالات در مهندسی مخازن، مثل استفاده از پلیمرها در فرایندهای ازدیاد برداشت، و هم چنین در مهندسی حفاری، مانند استفاده از گل های مختلف در حفاری چاه ها، مشهودتر و معمول تر می باشند.

در این مقاله، مدل Herschel-Bulkley (HB) به عنوان یک مدل کارآمد جهت مدلسازی حرکت این سیالات در محیط های متخلخل، بررسی خواهد شد. همچنین بعلاوه اهمیت ویسکوزیته در مدل های غیرنیوتنی، تعدادی از روابط موجود برای محاسبه ویسکوزیته این سیالات مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

واژه های کلیدی: سیال غیرنیوتنی، مدل تعمیم یافته نیوتن، ویسکوزیته، مدل توانی، مدل Cross، مدل Ellise، محیط متخلخل،

مدل Herschel-Bulkley

مقدمه

به طور کلی سیالات از نظر رفتار جریانی، به دو دسته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم می شوند. سیالات نیوتنی به سیالاتی گفته می شود که از رابطه مشهور نیوتن در مکانیک سیالات پیروی می کنند:

$$\tau = -\mu\dot{\gamma}$$

که در آن، τ تنش برشی، μ ویسکوزیته و $\dot{\gamma}$ که برابر با $\frac{du}{dy}$ می باشد، نرخ برش است.

در نتیجه در سیالات نیوتنی، یک رابطه خطی گذرنده از مبدأ بین τ و $\dot{\gamma}$ وجود خواهد داشت و شیب نمودار τ بر حسب $\dot{\gamma}$ ، برابر با ویسکوزیته خواهد بود.

از طرف دیگر، در سیالات غیرنیوتنی این رابطه معمولاً خطی نمی باشد (در سیالات بینگهام، رابطه به صورت خطی ناگذرنده از مبدأ می باشد).

هم چنین در سیالات نیوتنی، تنش های برشی نرمال همگی صفر می باشند. در صورتی که در سیالات غیرنیوتنی روابط زیر بین آنها حاکم می باشد: [۱]

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\phi_2 \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 \quad \text{و} \quad \tau_{xx} - \tau_{yy} = -\phi_1 \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2$$

که در آن، Ψ_1 ضریب اول تنش، Ψ_2 ضریب دوم برش می باشند.

۱. بررسی مدل های موجود

با توجه به اهمیتی که سیالات غیرنیوتنی در صنعت و بخصوص صنایع نفت دارند، افراد زیادی در این زمینه مطالعه نموده و روابطی را ارائه داده اند.

Barry [۲] نشان داد که نفت های واکسی (waxy oil) در شمال آفریقا، خصوصیات سیالات غیرنیوتنی بینگهام را دارا می باشند. Sadowski-Bird [۵،۴،۳] با استفاده از رابطه Ellis، رابطه تعمیم یافته ای از رابطه داری را ارائه کردند. هم چنین پارک و همکاران (Park *et al.*) با استفاده از رابطه Herschel-Bulkley (HB) و در نظر گرفتن تنش تسلیم، رابطه داری را تعمیم دادند [۶].

۱-۱. مدل تعمیم یافته نیوتن

یکی از ساده ترین مدل های ارائه شده برای سیالات غیرنیوتنی، مدل تعمیم یافته نیوتن (Generalized Newtonian model) می باشد. این مدل که به راحتی با جایگزینی η به جای μ بدست می آید، به صورت زیر بیان می شود:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$$

از آنجا که در سیالات غیرنیوتنی، ویسکوزیته به نرخ برش بستگی دارد و هم چنین اهمیت تعیین صحیح و با دقت ویسکوزیته در این سیالات، تعدادی از مدل های ارائه شده برای محاسبه ویسکوزیته در ادامه می آیند:
الف) مدل توانی (Power law):

این مدل که به صورت زیر بیان می شود، ساده ترین مدل ارائه شده می باشد:

$$\eta = m\dot{\gamma}^{n-1}$$

که m و n ، پارامترهای مشخص کننده سیال می باشند و براحتی از نمودار η بر حسب $\dot{\gamma}$ در مقیاس لگاریتمی به دست می آیند.

ب) مدل کراس (Cross)

این مدل که تخمین بهتری از ویسکوزیته ارائه می دهد، به صورت زیر می باشد: [۷]

$$\mu_{eff} = \mu_0 + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\lambda\dot{\gamma})^m}$$

که در آن، μ_0 ویسکوزیته سیال در نرخ برش پایین، μ_∞ ویسکوزیته سیال در نرخ برش بالا، λ ثابت زمانی و m شاخص توان می باشد.

با توجه به تعداد کم پارامترهای موجود، این رابطه می تواند برای کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار گیرد. البته باید توجه داشت که استفاده از این رابطه برای ارتباط دادن افت فشار به ویسکوزیته مؤثر در یک لوله موئین چندان مناسب نبوده و در عوض برای راحتی کار، می توان از رابطه زیر استفاده نمود: [۷]

$$\mu_{eff} = \max[\mu_{\infty}; \min(C\gamma^{n-1}; \mu_0)]$$

رابطه فوق، مدل توانی قطع شده (Truncated power law) نامیده می شود.

ج) مدل Ellis:

این مدل که برای سیالات shear-thinning و بدون تنش تسلیم بکار می رود، دارای سه پارامتر بوده و به صورت زیر می باشد: [۳]

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\frac{1}{2}}}\right)^{\alpha-1}}$$

که در آن، μ_0 ویسکوزیته سیال در نرخ برش پایین، τ تنش برشی، $\tau_{\frac{1}{2}}$ تنش برشی مربوط به $\mu = \frac{\mu_0}{2}$ و α پارامتر شاخص (Indicial parameter) می باشد. با استفاده از این رابطه، براحتی می توان نرخ جریان حجمی در یک لوله استوانه ای را به دست آورد:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \mu_0 l} \left[1 + \frac{4}{\alpha + 3} \left(\frac{R \Delta p}{2 l \tau_{\frac{1}{2}}} \right)^{\alpha-1} \right]$$

که R شعاع لوله، Δp افت فشار در طول لوله و l طول لوله می باشد.

۲-۱. مدل Herschel-Bulkley

اما مدل بسیار پر کاربرد دیگر برای حرکت سیالات غیرنیوتنی که بخصوص در صنایع نفت مورد استفاده فراوانی دارد، مدل Herschel-Bulkley می باشد که شامل سه پارامتر بوده و به صورت زیر بان می شود: [۸]

$$\tau = \tau_0 + H\gamma^n \quad (\tau > \tau_0)$$

که τ تنش برشی، τ_0 تنش تسلیم، H ضریب ثبوت (Consistency factor) و n شاخص رفتار سیال می باشد. مزیت عمده این معادله نسبت به سایر معادلات، در نظر گرفتن تنش تسلیم می باشد که همین امر باعث می شود تا علاوه بر توضیح رفتاری سیالات نیوتنی، بتوان خصوصیات بسیاری از سیالات غیرنیوتنی غیر وابسته به زمان (Non-Newtonian Time Independent Fluid) را نیز توضیح داد (برای سیالات نیوتنی یا سیالات بدون تنش تسلیم، τ_0 برابر صفر می شود).

برای سیالات Herschel-Bulkley، مقدار دبی حجمی از رابطه زیر بدست می آید: [۸]

$$Q = \frac{8\pi}{C^{1/n}} \left(\frac{l}{\Delta p}\right)^3 (\tau_w - \tau_0)^{1+\frac{1}{n}} \left[\frac{(\tau_w - \tau_0)^2}{3 + \frac{1}{n}} + \frac{2\tau_0(\tau_w - \tau_0)}{2 + \frac{1}{n}} + \frac{\tau_0^2}{1 + \frac{1}{n}} \right] \quad (\tau_w > \tau_0)$$

که τ_0 ، H و n پارامترهای Herschel-Bulkley، l طول لوله، Δp افت فشار در طول لوله و τ_w تنش برشی در طول لوله می باشد.

با توجه به معادله بالا، برای سیالات با تنش تسلیم، در صورتی که τ_0 ، l ، R ، C ، Δp و n مقادیری مثبت باشند، زمانی $Q > 0$

خواهد بود که $\tau_w - \tau_0 > 0$ باشد. از آنجا که τ_w برابر است با $\frac{R\Delta p}{2l}$ ، می توان نتیجه گرفت که:

$$\tau_w - \tau_0 > 0 \Rightarrow \tau_w = \frac{R\Delta p}{2l} > \tau_0$$

و در نتیجه، برای این سیالات، مقدار Δp لازم برای شروع حرکت به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\Delta p_{th} = \frac{2l}{R} \tau_0$$

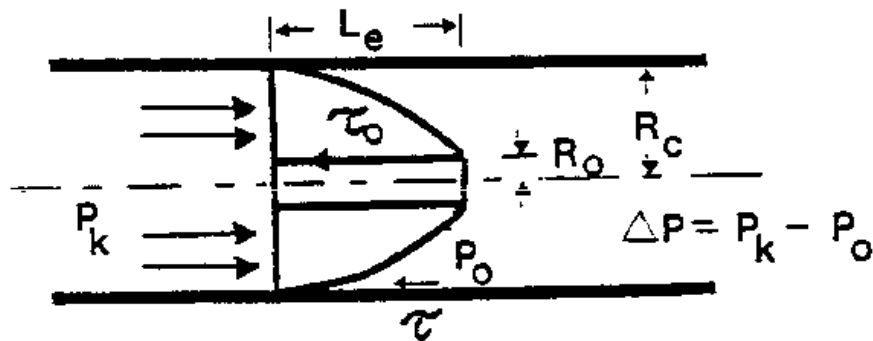
۲. مدل حرکتی Herschel-Bulkley در محیط متخلخل

همان طور که پیش از این نیز گفته شد، مدل های مختلفی برای بررسی حرکت سیالات غیرنیوتنی ارائه شده اند. اما بسیاری از این مدل ها، تاثیر تنش تسلیم را در حرکت سیال در نظر نگرفته اند.

از آنجا که بسیاری از سیالات نفتی، برای حرکت به غلبه بر تنش تسلیم نیاز دارند، به همین دلیل در اینجا مدل Al-Fariss و

Pinder که با استفاده از مدل HB بدست آمده، توضیح داده می شود. [۹]

با توجه به شکل (۱)، که منطبق بر حرکت سیال HB در لوله می باشد، می توان معادله موازنه نیروها را به صورت زیر نوشت:



شکل ۱: حرکت سیال Herschel-Bulkley در لوله [۳]

$$2\pi R l_e \tau = \pi R^2 \Delta p$$

با جایگزینی $\tau_0 + H\gamma^n$ به جای τ و انتگرال گیری از معادله، سرعت متوسط درون لوله به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$v = \frac{nR_c^{(1+\frac{1}{n})}}{1+3n} \left(\frac{\Delta p}{2l_e H} - \frac{\tau_0}{R_{0H}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

از طرف دیگر، معادله نیمه تجربی Blake-Kozeny که مبتنی بر حرکت آرام سیال نیوتنی در محیط های متخلخل می باشد، به صورت زیر نشان داده می شود:

$$v = \frac{\Delta p}{\mu l} \frac{D_p \phi^2}{72C'(1-\phi)^2}$$

که در آن، C' ثابت پیچش (Tortuosity effect constant) بوده و به صورت تجربی تعیین می شود و D_p قطر ذرات محیط متخلخل می باشد.

با معادل قرار دادن این رابطه با رابطه داریسی، میزان تراوایی به صورت زیر بدست می آید:

$$k = \frac{D_p^2 \phi^3}{72C'(1-\phi)^2}$$

هم چنین رابطه زیر برای شعاع هیدرولیکی در محیط های متخلخل برقرار می باشد:

$$R_h = \frac{\phi}{a}$$

که a ، مساحت ویژه بستر متخلخل بوده و با a_v که مساحت ویژه ذرات می باشد، به صورت زیر ارتباط دارد:

$$a = a_v(1-\phi)$$

از طرف دیگر، براحتی می توان ثابت کرد که $D_p = \frac{6}{a_v}$ می باشد. در نتیجه R_h برابر خواهد بود با:

$$R_h = \frac{\phi D_p}{6(1-\phi)}$$

شایان ذکر است که مقدار R_c برای لوله برابر با $2R_h$ خواهد بود.

با جایگذاری روابط بالا در معادله سرعت و همچنین جایگذاری سرعت ظاهری به جای سرعت واقعی، رابطه نهایی به صورت زیر بدست می آید:

$$\Delta p = \frac{\mu_{eff} l}{kA^n} Q^n + \alpha_0 l$$

که

$$\mu_{eff} = \frac{H}{4} \left(3 + \frac{1}{n} \right)^n (8C' \phi k)^{\frac{1-n}{2}}$$

و

$$\alpha_0 = \left(\frac{\phi C'}{2k} \right)^{\frac{1}{2}} \tau_0 = \beta \frac{\tau_0}{\sqrt{k}}$$

که رابطه بالا می تواند به عنوان یک حالت عمومی از معادله داری برای حرکت سیالات HB در محیط های متخلخل در نظر گرفته شود.

نتیجه گیری

در این مقاله، مدل حرکتی سیالات Herschel-Bulkley (HB) به عنوان یک مدل مناسب جهت مدلسازی حرکت اینگونه سیالات در محیط های متخلخل مورد بررسی قرار گرفت. از آنجا که این معادله در مقایسه با سایر معادلات، تنش تسلیم را در نظر می گیرد، می توان علاوه بر توضیح رفتاری سیالات نیوتنی، خصوصیات بسیاری از سیالات غیرنیوتنی غیر وابسته به زمان را نیز توضیح داد. هم چنین با توجه به اینکه ویسکوزیته در مدل سازی سیالات غیرنیوتنی از اهمیت بالایی برخوردار می باشد، روابط بدست آمده در بالا می تواند برای بهبود عملکرد شبیه سازها کمک شایانی کند. شایان ذکر است که کارآمدی روابط بالا باید توسط داده های آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گیرد.

پانویس ها

1. emad.tahmoures@gmail.com

مراجع

- [1] R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, Transport phenomena, 2nd Edition, Willey, July 2001
- [2] E. G. Barry, Pumping of non-Newtonian waxy crude oils, Journal of Institute Petroleum 57, vol. 554, March 1971
- [3] T. J. Sadowski, R. B. Bird, Transactions of the Society of Rheology, 9(2), 1965, 243-250
- [4] T. J. Sadowski, Non-Newtonian flow through porous media, Ph.D. thesis, University of Wisconsin, 1963
- [5] T. J. Sadowski, Transactions of the Society of Rheology, 9(2), 1965, 251-271
- [6] H. Pascal, A. Mechanica 39(1981) 207-224
- [7] X. Lopez, P. H. Valvatne, M. J. Blunt, Predictive network modeling of single-phase non-Newtonian flow in porous media, Colloidal Interface Sci. 264, 2003, 256-265
- [8] T. Sochi, M. J. Blunt, Pore-Scale Network Modeling of Ellipse and Herschel-Bulkley Fluids, Journal of Petroleum Science and Engineering, 2006
- [9] T.F. Al-Fariss, K.L. Pinder, in: Flow of a Shear-Thinning Liquid with yield Stress Through Porous Media, 1984, paper SPE 13840