مدل تک بعدی انتقال حرارت جریان فوق بحرانی آب در لوله

مجید راضی پور، فوق لیسانس مهندسی نفت، شرکت ملی نفت ایران؛ razipoor@nioc.ir

چکیده

در ایـن مقالـه انتقـال حـرارت آب در فشـارهای فـوق بحرانـی در یـک بعـد مـورد بررسـی قـرار گرفتـه و مدل تک بعدی جریان پـلاگ بـه منظـور پـیش‌بینـی دمـای بالـک در جریـان آشـفته بررسـی گردیـده اسـت. برای این منظور نیاز بـه موازنـه مومنتـوم و انـرژی خـواهیم داشـت. (البتـه موازنـه جـرم بـا فـرض حالـت پایـا به سادگی قابل دستیابی می باشـد) کـه در ادامـه بـه تفصـیل در مـورد موازنـه هـای مختلـف بحـث خـواهیم نمود.

هندسـه انتخـابی، لولـه عمـودی بـا قطـر داخلـی ۱۰ میلـی‌متـر و طـول گرمـایی ۴ متـر مـی‌باشـد. نتـایج شـبیه‌سـازی نشـان دهنـده جریـان گـرم بـه سـمت بـالا تحـت تـاثیر پروفایـل دمـایی دیـواره خواهـد بـود. تـأثیرات چسـبندگی، رسـانش داخلـی و تغییـرات آنتـالپی در تغییـرات فشـار (بعـد از تخمـین معـادلات حاکم بـدون بعـد) چشـم‌پوشـی شـده اسـت. نتـایج معـادلات بـه کمـک روابـط ناسـلت و بـا اسـتفاده از روش صریح اویلر به منظور شبیه‌سازی انتقال حرارت در جریان فوق بحرانی قابل حل می باشد.

نتایج بررسی حالتهای مختلف بیانگر ایـن مطلـب اسـت کـه مـدل، قـادر بـه پـیش‌بینـی دقیـق دمـای بالک بر پایه سرعت انتقال حرارت با اسـتفاده از روابـط ناسـلتمی‌باشـد. بـا ایـن وجـود، شـایان ذکـر اسـت کـه چنین روابطی برای شـرایط جریـانی خاصـی مـی باشـد و بخـار ایجـاد شـده تـأثیر فراوانـی در سـرعت انتقـال حـرارت خواهـد داشـت. در نهایـت، مـدل در صـورت اسـتفاده از یـک سـری Correlation، قـادر بـه توصـیف انتقال حرارت فوق بحرانی خارج از بازه کلی تعریف شده نمی‌باشد.

کلمات کلیدی: ***فوق بحرانی، جرم، انرژی، مومنتوم، انتقال حرارت***

مقدمه

در این مقاله، انتقـال حـرارت آب در فشـارهای فـوق بحرانـی در یـک بعـد مـورد بررسـی قـرار گرفتـه و مـدل تـک بعـدی جریـان پـلاگ بـه منظـور پـیش‌بینـی دمـای بالـک در جریـان آشـفته، بررسـی گردیـده

است. برای این منظور نیاز به موازنه مومنتوم و انرژی خواهیم داشت. در زیر معادلات حاکم و پس از آن ویژگیهای ترموفیزیکی آب فوق بحرانی بیان شده و سپس مدل انتقال حرارت تک بعدی برای راکتور با جریان فوق بحرانی آب بررسی گردیده است.

۱) معادلات حاکم

قانون بقاء جرم (معادله پیوستگی):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \qquad (1)$$

قانون بقاء مومنتوم (معادلات ناویر استوکس):

$$\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{\tau}} + \rho \vec{f} \qquad (2)$$

قانون نیوتن برای ویسکوزیته:

$$\vec{\vec{\tau}} = -\mu(\vec{\nabla} \vec{u} + (\vec{\nabla} \vec{u})^{\top}) + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa\right)(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})\vec{\vec{\delta}} \qquad (3$$

$\vec{\vec{\delta}}$ is the unity tensor

قانون بقاء انرژی:

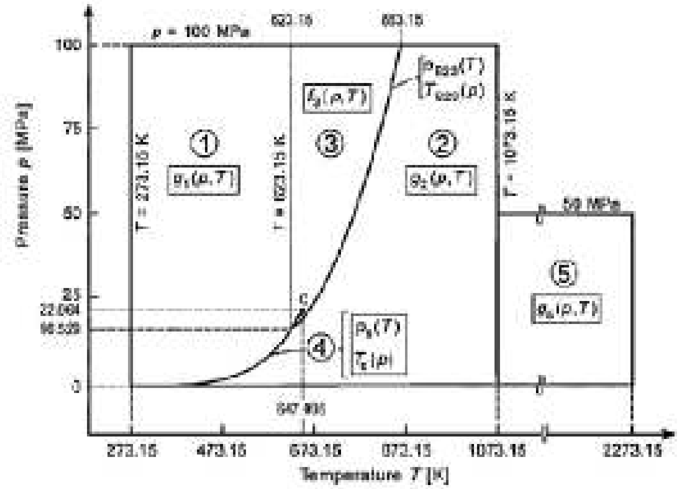
$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho E \vec{u}) = \rho(\vec{f} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{u}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\vec{\tau}} \cdot \vec{u}) + \dot{Q} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} \qquad (4)$$

شار حرارتی:

$$\vec{q} = -k \vec{\nabla} T \qquad (5)$$

۲) ویژگیهای ترموفیزیکی آب فوق بحرانی

ویژگیهای آب در شرایط مختلف از فرمول صنعتی ۱۹۹۷، بدست آمده است که از انجمن بین‌المللی ویژگیهای آب و بخار (IAPWS) اقتباس شده است. با توجه به فرمول صنعتی منتخب، مجموعه‌ای از معادلات برای پنج ناحیه مختلف به شرح شکل زیر بیان می گردد.



شکل-۱- ناحیه‌های IAPWS

در هر ناحیه معادله کلی و اساسی از ویژگیهای ترموفیزیکی مثل حجم ویژه و آنتالپی برگرفته می‌شود و ظرفیت گرمایی به دست می آید. ناحیه‌های ۱ ، ۲ و ۵ از معادله بنیادی انرژی آزادگیبس، g(p,t) و ناحیه ۳ از معادله بنیادی انرژی آزاد هلم هلتز f(p,t) تبعیت می کنند.

۳) مدل انتقال حرارت تک بعدی برای راکتور با جریان فوق بحرانی آب

به منظور آغاز مدلسازی مذکور از "منبع حرارتی حجمی" با تعریف زیر آغاز نموده و با انتخاب حجم کنترل و سطح انتقال حرارت مناسب خواهیم داشت:

$$\dot{Q}\,dV = -(\vec{q}\cdot\vec{n}_W)dS_W \tag{13}$$

$\vec{n}_w$ is the outward-pointing normal unit vector

با توجه به شار حرارتی همرفت و اعمال تقریب مناسب داریم:

$$-\vec{q}\cdot\vec{n}_W \equiv q_W = h(T_W - T) \tag{14}$$

با در نظر گرفتن dSw = πDL و dV = πD^2L/4 و جایگزینی رابطه ۱۴ در ۱۳:

Q = h(Tw-T) dSw / dV

$$\dot{Q} = \frac{4}{D} h(T_W - T) \tag{15}$$

از معادله-۱ و با توجه به فرض حالت پایدار:

$$\frac{d}{dz}(\rho u) = 0 \tag{16}$$

در معادله-۲ مولفـه نیـرو در جهـت z برابـر بـا g- خواهـد بـود چـون لولـه را بـه صـورت عمـودی انتخـاب نموده و جهت مثبت Z نیـز رو بـالا مـی باشـد. سـپس بـا چشـم پوشـی از مقـدار k در معادلـه-۳ و بـا توجـه به اینکه δ بردار یکه است، خواهیم داشت:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{\tau}} = -\frac{4}{3} \mu \frac{d^2 u}{dz^2} \tag{18}$$

طبق معادله-۲ داریم:

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{\tau}} + \rho \vec{f} \tag{2}$$

در این معادلـه f = -g و تنهـا جهـت z را داریـم و ضـمنا" تغییـرات نسـبت بـه زمـان نـداریم. پـس بـا ایـن توضـــــــــیحات و جـــایگزینی معادلـــه-۱۸ در ۲، موازنـــــه مومنتوم را بازنویسی می کنیم:

$$\rho u \frac{du}{dz} = -\frac{dp}{dz} + \frac{4}{3} \mu \frac{d^2 u}{dz^2} - \rho g \tag{19}$$

طبق تعریف، انرژی داخلی را به صورت زیر می نویسیم (با فرض جرم واحد):

$$E \equiv e + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho E \vec{u}) = \rho(\vec{f} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{u}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\vec{\tau}} \cdot \vec{u}) + \dot{Q} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} \tag{4}$$

با توجه به تعریف مذکور و طبق موازنه انرژی در معادله-۴ :

$$\frac{\partial(\rho e+(1/2)\rho|\vec{u}|^2)}{\partial t}=-\vec{\nabla}\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\rho|\vec{u}|^2+\rho e\right)\vec{u}\right)+\rho(\vec{f}\cdot\vec{u})$$
$$-\vec{\nabla}\cdot(p\vec{u})-\vec{\nabla}\cdot(\vec{\vec{\tau}}\cdot\vec{u})+\dot{Q}-\vec{\nabla}\cdot\vec{q} \qquad (21)$$

معادله-۲۱ موازنـه انـرژی بـوده و بـا معادلسـازی در موازنـه مومنتـوم طبـق معادلـه-۲ مـی بایسـت شـکل جدیدی از موازنه مومنتوم ایجاد نماییم که این عمل با ضرب این معادله در حاصل خواهد شد:

$\vec{u}$ velocity vector [m/s]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho|\vec{u}|^2\right)=-\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}\rho|\vec{u}|^2\vec{u}\right)+\rho(\vec{f}\cdot\vec{u})-\vec{\nabla}\cdot(p\vec{u})$$
$$-p(-\vec{\nabla}\cdot\vec{u})-\vec{\nabla}\cdot(\vec{\vec{\tau}}\cdot\vec{u})-(-\vec{\vec{\tau}}:\vec{\nabla}\vec{u}) \qquad (22)$$

با تفریق معادله-۲۲ از معادله-۲۱ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e)=-\vec{\nabla}\cdot(\rho e\vec{u})-p(\vec{\nabla}\cdot\vec{u})-(\vec{\vec{\tau}}:\vec{\nabla}\vec{u})+\dot{Q}-\vec{\nabla}\cdot\vec{q} \qquad (23)$$

بـا فـرض برابـر بـودن تقریبـی انـرژی کـل و داخلـی و همچنـین فـرض مقـدار واحـد جـرم $\rho=1/v$ مـی توانیم با تقریب مناسب آنتالپی را تعریف نماییم:

$$h\equiv e+(p/\rho)$$

با جایگزینی مقدار آنتالپی در معادله-۲۳ داریم:

$$\rho\frac{Dh}{Dt}=\frac{Dp}{Dt}-\left(\vec{\vec{\tau}}:\vec{\nabla}\vec{u}\right)+\dot{Q}-\vec{\nabla}\cdot\vec{q} \qquad (24)$$

با تعریف مشتق جزئی خواهیم داشت:

$$\rho\frac{Dh}{Dt}=\rho\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p\frac{DT}{Dt}+\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T\frac{Dp}{Dt}$$

با رجوع به ترمودینامیک می توان از روابط کاربردی جهت ساده سازی عبارت فوق استفاده نمود.

$$dh=Tds+Vdp$$

$$p = cons. \Longrightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p + 0 = c_p$$

$$\left.\begin{array}{l} dh = Tds + Vdp \\ T = cons. \end{array}\right\} \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T + V$$

$$dG = -SdT + Vdp \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right) = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1}{v}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T}\right)_P + \left(\frac{1}{\rho}\right)$$

با جایگزینی مقادیر مشتق جزئی آنتالپی در معادله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \rho\frac{Dh}{Dt} &= \rho\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \frac{DT}{Dt} + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T \frac{Dp}{Dt} \\ &= \rho C_p \frac{DT}{Dt} + \rho\left[\frac{1}{\rho} - T\left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T}\right)_p\right]\frac{Dp}{Dt} \\ &= \rho C_p \frac{DT}{Dt} + \left[1 + \frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p\right]\frac{Dp}{Dt} \qquad (25) \end{aligned}$$

حال با به دست آوردن $\rho Dh/Dt$می توانیم معادله-۲۴ را به شرح زیر بازنویسی نماییم:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} - -\frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \frac{Dp}{Dt} - (\vec{\vec{\tau}} : \vec{\nabla}\vec{u}) + \dot{Q} - \vec{\nabla}\cdot\vec{q} \qquad (26)$$

بـا فـرض نیـوتنی بـودن سـیال عبـارت دوم سـمت راسـت معادلـه-۲۶ کـه در مـورد حـرارت تلـف شـده ناشی از چسـبندگی مـی باشـد را مـی تـوانیم بـه صـورت تـابعی خطـی از φv تعریف نماییم:

$$-(\vec{\vec{\tau}} : \vec{\nabla}\vec{u}) = \mu\phi_v$$

سپس با توجه به معادلات-۵ و ۱۵ و تعریف فوق، معادله-۲۶ را بازنویسی می نماییم:

$$\left.\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{4}{D}h(T_w - T) \\ \dot{q} &= -k\vec{\nabla}T \\ -(\vec{\vec{\tau}} : \vec{\nabla}\vec{u}) &= \mu\phi_v \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{Eq. - 26}} \rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p \frac{Dp}{Dt} + \mu\phi_v + \frac{4}{D}h(T_w - T) + \vec{\nabla}\cdot(k\vec{\nabla}T) \qquad (28)$$

در حالت Steady-state و جریان یک بعدی در جهت z و با جایگزینی معادله-۱۸ در معادله-۲۸ خواهیم داشت:

$$\rho C_p u\frac{dT}{dz} = -\frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p u\frac{dp}{dz} + \frac{4}{3}\mu\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \frac{4}{D}h(T_w - T) + \frac{d}{dz}\left(k\frac{dT}{dz}\right) \qquad (29)$$

با روند ذکر شده در فرمولاسیون فوق توانستیم موازنه انرژی و مومنتوم را به دست آوریم که در معادلات-۲۹ و ۱۹ بیان شده است. در ادامه به بدون بعد سازی روابط مذکور می پردازیم. در این راستا مقادیر بدون بعد را به شرح زیر تعریف می کنیم:

$$\breve{z} = \frac{z}{l} \quad \breve{u} = \frac{u}{\bar{u}} \quad \breve{T} = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}} \quad \breve{\rho} = \frac{p - p_0}{\bar{\rho} g l} \qquad (31)$$

با توجه به مقادیر تعریف شده در معادله-۳۱ معادلات-۲۹ و ۱۹ را بازنویسی می کنیم:

$$\breve{u}\frac{d\breve{u}}{d\breve{z}} = -\frac{gl}{\bar{u}^2}\frac{d\breve{p}}{d\breve{z}} + \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho}\bar{u}l}\frac{4}{3}\frac{d^2\breve{u}}{d\breve{z}^2} - \frac{gl}{\bar{u}^2} \qquad (32)$$

$$\breve{u}\frac{d\breve{T}}{d\breve{z}} = -\frac{gl}{\bar{C}_p\Delta T}\frac{T}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p \breve{u}\frac{d\breve{p}}{d\breve{z}} + \frac{\bar{\mu}\bar{u}}{\bar{\rho}\bar{C}_p\Delta T l}\frac{4}{3}\left(\frac{d\breve{u}}{d\breve{z}}\right)^2 + \frac{hl}{\bar{\rho}\bar{C}_p\bar{u}D}4(1 - \breve{T}) + \frac{\bar{k}}{\bar{\rho}\bar{C}_p\bar{u}l}\frac{d^2\breve{T}}{d\breve{z}^2} \qquad (33)$$

با ساده سازی و چشم پوشی از برخی عبارات می توان معادلات منتج از موازنه های جرم، انرژی و مومنتوم را به شرح زیر نوشت :

$$\frac{d}{dz}(\rho u) = 0 \tag{36}$$

$$(\rho u)_0 \frac{du}{dz} + \frac{dp}{dz} = -\rho g \tag{37}$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{4}{D} \frac{h}{(\rho u)_0 C_p}(T_W - T) \tag{38}$$

نتیجه گیری

با توجه به متون علمی مرتبط، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که خواص آب نزدیک نقطه بحرانی به طور قابل توجهی در انتقال حرارت تأثیر دارد. با توجه به شرایط جریان، اختلاف در خواص سیال می تواند در بهبود و یا اتلاف انتقال حرارت تأثیر داشته باشد. در متون علمی، چنین تأثیراتی منتج به فرایند بخار و شتاب دهی به سیال ناشی از نیروهای بویانسی می شوند. شتاب سیال نزدیک به لایه مرزی، در ضریب تلاطم‌پذیری موثر می باشد و در اصل در همین ناحیه است که تلاطم نقش مهمی در انتقال حرارت ایفا می‌کند.

در این مطالعه، انتقال حرارت آب فوق بحرانی بوسیله رویکرد جریان پلاگ در محیط تک‌بعدی مدل‌سازی شده است. تأثیرات چسبندگی، رسانش داخلی و تغییرات آنتالپی در تغییرات فشار (بعد از تخمین معادلات حاکم بدون بعد) چشم‌پوشی شده است. نتایج معادلات به کمک روابط ناسلت و با استفاده از روش صریح اویلر به منظور شبیه‌سازی انتقال حرارت در جریان فوق بحرانی قابل حل می باشد.

نتیجه شبیه‌سازی‌ها بیانگر این مطلب است که مدل با دقت بالا قادر به پیش‌بینی دمای بالک بر اساس سرعت انتقال حرارت با استفاده از روابط ناسلت می باشد. با این وجود، شایان ذکر است که کاربرد این روابط خاص به نوع و شرایط جریان مورد آزمایش وابسته بوده و بدیهی است درشرایط عملیاتی متفاوت، روابط دیگری معتبر خواهند بود.

منابع

1- One-dimensional model for heat transfer to a supercritical water flow in a tube
Joost L.H.P. Sallevelt , Jan A.M. Withag, Eddy A. Bramer, Derk W.F. Brilman, GerritBrem.

2- Dynamic model of heat and mass transfer in an unsaturated porouswick of capillary pumped loop, RiadhBoubaker , Vincent Platel , Alexis Berges , Mathieu Bancelin ,EdouardHannezo.

۳- علی حق طلب، ۱۳۹۱، ترمودینامیک مولکولی تعادلات فازی محلولها، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس.